



A Matemática e as finanças – Parte II

Nesta crónica procurarei explicar, no seguimento da crónica anterior e através de exemplos, como funciona sistema de capitalização de juros simples e de juros compostos.

Vejamos, em primeiro lugar, um exemplo relativo a um regime de os juros compostos. Suponhamos que investimos 500€ num depósito que paga uma taxa de juro composta de 3% ao ano. Assim, no final de um ano o nosso saldo será $500 \times 1.03 = 515\text{€}$, então o banco considerará esta nova quantia como o novo capital, o qual será reinvestido à mesma taxa de juro. Donde, no final do segundo ano o nosso saldo será $515 \times 1.03 = 530.45\text{€}$ e no final do terceiro ano teremos $530.45 \times 1.03 = 546.36\text{€}$, e assim sucessivamente. Portanto, isto significa que o nosso saldo cresce de acordo com uma progressão geométrica de razão 1.03.

Em contrapartida, se investirmos a quantia de 500€ a uma taxa de juro simples de 3%, então o saldo aumentará a cada ano sempre o mesmo valor, ou seja, 15€, dado que a taxa anual é apenas aplicada ao capital inicial. Como tal, em cada ano o saldo crescerá de acordo com uma progressão aritmética de razão 15, portanto, em cada ano o nosso saldo será 515€, 530€, 545€ e assim sucessivamente.

Ano	1.º ano	2.º ano	3.º ano
taxa de juro simples de 3%	515€	530.00€	545.00€
taxa de juro composta de 3%	515€	530.45€	546.36€

Consequentemente, comparando os valores dos saldos obtidos nos dois regimes, concluímos que, após certo tempo, a quantia investida a uma taxa de juro composta cresce mais rapidamente do que se for investida a uma taxa de juro simples, independentemente da taxa aplicada.

Será que existe uma fórmula matemática que generalize este exemplo?

A resposta é sim. Vejamos como, suponhamos que investimos um capital de C euros num depósito que paga r % de taxa de juros compostos ao ano. Isto significa que o saldo será $C(1+r)$, no

final do primeiro ano, $C(1+r)^2$, no final do segundo ano e assim sucessivamente até que depois de t anos o saldo obtido será $C(1+r)^t$. Designado por S esta quantia, tem-se

$$S = C(1+r)^t$$

que é a fórmula usada para todos os cálculos financeiros, aplicando-se a contas bancárias, empréstimos, hipotecas e anuidades.



Contudo, no sistema bancário existem diferentes tipos de composição de juros, nomeadamente anual, semestral, trimestral, semanal e até diário. Assim, suponhamos que a composição é feita n vezes ao ano e que para cada “período de conversão” o banco usa a taxa de juro anual dividida por n , ou seja, r/n . Como em t anos existem nt períodos de conversão, um capital de C euros, após t anos, renderá

$$S = C(1+r/n)^{nt}.$$

Será interessante comparar a rentabilidade que um capital inicial de 500€ terá no final de um ano para diferentes períodos de conversão, usando a taxa de juro anual de, por exemplo, 3%.

Lanço esse desafio ao leitor, sugerindo que use uma calculadora que tenha uma tecla exponencial, ou seja, a tecla “ y^x ”.

Ana Isabel Mendes dos Santos

Professora no Departamento de Matemática, Escola de Ciências e Tecnologia, Universidade de Évora